

2. ПРУЖНІ ВЛАСТивОСТІ БІОЛОГІЧНИХ ТКАНИН

2.1. Основні закони та формули

- Абсолютна деформація

$$\Delta l = l - l_0.$$

- Відносна деформація

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

- Механічне напруження

$$\sigma = \frac{F_{\text{сп}}}{S}.$$

- Закон Гука

$$\overline{F_{\text{сп}}} = -k\Delta l.$$

$$\sigma = E\varepsilon.$$

- Зв'язок між коефіцієнтом жорсткості k та модулем Юнга E

$$k = E \frac{S}{l_0}.$$

- Коефіцієнт Пуассона

$$\mu = -\frac{\Delta d/d_0}{\Delta l/l_0}.$$

- Релаксація напруження

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\alpha}}.$$

- Явище повзучості

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

- Час релаксації

$$\alpha \approx \tau \approx \frac{\eta}{E},$$

де η – коефіцієнт в'язкості, E – модуль Юнга.

3,2. Визначте самостійно розв'язку

*Для кожної з 10 мас турини запишіть відповідь
скорочено вимову, рясніть між відповідями.*

1. У скільки разів відносна видовження волосини діаметром 0,1 мм більше, ніж у волосини 0,2 мм, якщо сили розтягу однакові?

Відповідь: _____

2. До дроту підвісили вантаж. Потім дріт склали в четверо і знову підвісили той самий вантаж. Порівняти абсолютні та відносні видовження дроту.

Відповідь: _____

3. Знайдіть, у скільки разів відносно видовження еластину більше, ніж колагену при однаковому механічному напруженні в них, якщо модуль пружності колагену в 100 разів більше модуля пружності еластину.

Відповідь: _____

4. Межа міцності кісткової тканини складає 100 МПа, модуль Юнга дорівнює 10 ГПа. При якій відносній деформації відбудеться руйнування кісткової тканини?

Відповідь: _____

5. Знайдіть абсолютне видовження сухожилка довжиною 5 см і діаметром 4 мм під дією сили 31,4 Н. Модуль пружності сухожилка прийняти рівним 10^9 Па.

Відповідь: _____

6. Який мінімальний поперечний переріз повинен мати алюмінієвий стержень, щоб до нього можна було підвісити вантаж 200 кг при коефіцієнті запасу міцності 4? Межа міцності алюмінію на розтяг становить 100 МПа.

Відповідь: _____

7. Сухожилок має діаметром 2 мм і довжину 20 см. Знайти величину модуля Юнга для сухожилка, якщо сила, що розтягувала його від початкової довжини до 22 см, дорівнює 30Н.

Відповідь: _____

8. Визначити відносне видовження сталевго стержня, якщо при його розтягуванні виконана робота 62,1 Дж. Довжина стержня 2 м, площа поперечного перерізу 1 мм².

$$\Sigma = \frac{A^2}{2E}$$

$$A = 62,1 \text{ Дж} \quad A = F \cdot l \quad W = A$$

$$l = 2 \text{ м}$$

$$S = 1 \text{ мм}^2 = 1,0^{-6} \text{ м}^2$$

Відповідь: _____

9. До залізного стержня підвішений вантаж вагою $5 \cdot 10^4 \text{ Н}$. Межа пружності заліза $1,8 \cdot 10^8 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$. Знайти площу поперечного перерізу стержня, при якому не буде залишкової деформації після зняття вантажу. Яке при цьому відносне видовження стержня?

$$F = 5 \cdot 10^4 \text{ Н} \quad \sigma = \frac{F}{S} \quad \mu = \frac{\Delta l}{l}$$

$$\sigma = 1,8 \cdot 10^8 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$$

$$S = \frac{F}{\sigma} = \frac{5 \cdot 10^4}{1,8 \cdot 10^8}$$

Відповідь: _____

10. Визначити модуль пружності м'яза, якщо при збільшенні механічного напруження від 15 кПа до 45 кПа довжина його змінюється від 25 мм до 27 мм.

$$\Delta \sigma = 30 \text{ кПа} \quad l_0 = 25 \text{ мм} \quad \epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$l = 27 \text{ мм}$$

$$\Delta l = l - l_0 = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$E \epsilon = \sigma$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$E = \frac{30 \cdot 10^3 \text{ Па}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ м}} = 15 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Відповідь: _____

2.3. Тестові завдання

Для кожного з наступних 10 тестових завдань знайдіть одну вірну відповідь і позначте її хрестиком в таблиці тестових відповідей (після тесту № 10).

1. Вкажіть вірне формулювання закону Гука:

- а) механічне напруження визначається силою, що діє на одиницю площі поперечного перерізу зразка;
- б) коефіцієнт жорсткості прямо пропорційний модулю Юнга;
- в) відносна деформація дорівнює відношенню абсолютної деформації до початкового розміру тіла;
- г) механічне напруження прямо пропорційне відносному видовженню;
- д) механічне напруження прямо пропорційне лінійному видовженню.

2. Вкажіть одиниці модуля пружності:

- а) Па/м²;
- б) Н;
- в) Па/м;
- г) Н·м;
- д) Па.

3. За якими формулами обчислюються:

- 1) абсолютна деформація; С
- 2) відносна деформація; В
- 3) коефіцієнт Пуасона; А
- 4) закон Гука для об'ємної деформації. Д

A. $\mu = -\frac{\Delta a / a_0}{\Delta b / b_0}$ B. $\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0}$ C. $\Delta x = x - x_0$ D. $\sigma = x \frac{\Delta V}{V_0}$

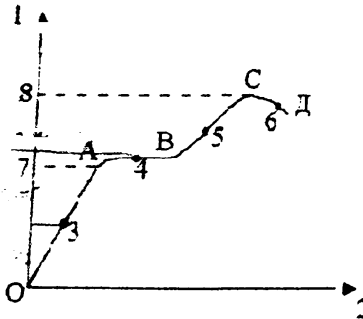
- а) 1 - А; 2 - В; 3 - С; 4 - D;
- б) 1 - В; 2 - D; 3 - А; 4 - С;
- в) 1 - С; 2 - В; 3 - А; 4 - D;
- г) 1 - D; 2 - С; 3 - В; 4 - А;
- д) 1 - С; 2 - А; 3 - D; 4 - А.

4. Вкажіть фізичний зміст модуля Юнга:

- а) механічне напруження, при якому довжина зразка змінюється втричі;
- б) максимальне механічне напруження, яке витримує зразок;
- в) числово дорівнює межі міцності;
- г) механічне напруження зразка при відносній деформації, рівній одиниці;
- д) числово дорівнює межі пружності.

5. На типовій кривій деформації знайдіть вірні назви характерних областей і точок:

а – механічне напруження; б – межа міцності; с – межа пружності; д – зона пропорційності; е – зона пластичних деформацій; ф – зона зміцнення матеріалу; г – відносна деформація; h – зона руйнування.



- а) 1 – а; 2 – г; 3 – ф; 4 – д;
5 – е; 6 – h; 7 – с; 8 – б;
- б) 1 – с; 2 – б; 3 – h; 4 – е;
5 – д; 6 – ф; 7 – а; 8 – г;
- в) 1 – г; 2 – а; 3 – д; 4 – е;
5 – с; 6 – ф; 7 – б; 8 – h;
- г) 1 – а; 2 – г; 3 – д; 4 – е;
5 – ф; 6 – h; 7 – с; 8 – б;
- д) 1 – б; 2 – а; 3 – с; 4 – д;
5 – г; 6 – е; 7 – h; 8 – ф.

6. Релаксація напруження спостерігається при наступних умовах:

- а) навантаження стало, а відносна деформація змінюється з плином часу;
- б) відносна деформація стала, а напруження з плином часу спадає;
- в) при зміні напруження змінюється відносна деформація;
- г) деформація експоненціально спадає з часом;
- д) під дією постійного навантаження розміри зразка не змінюються.

7. Виберіть відповідь, яка містить вірні властивості сили пружності:

Сила пружності:

- 1) має електромагнітну природу;
- 2 – має гравітаційну природу;
- 3) – напрямлена проти результуючої дії зовнішніх сил;
- 4 – напрямлена перпендикулярно площі поперечного перерізу тіла;
- 5 – напрямлена протилежно деформації тіла;
- 6 – напрямлена по дотичній до площі поперечного перерізу тіла.
- 7 – обернено пропорційна величині абсолютної деформації тіла;
- 8 – прямо пропорційна величині абсолютної деформації тіла.

а) 1, 3, 4, 5, 8; б) 2, 3, 4, 5, 7; в) 2, 3, 5, 7; г) 1, 4, 6, 8; д) 3, 4, 5, 7.

8. Поняття “повзучість” означає:

- а) наявність великої залишкової деформації після зняття механічної напруги;
- б) повільне збільшення видовження тіла при постійній механічній напрузі;
- в) повільне зменшення абсолютної деформації при постійній механічній напрузі;
- г) перевага пластичних властивостей речовини тіла над пружними властивостями.
- д) збільшення залишкової деформації при зменшенні площі поперечного перерізу зразка.

9. Модель Фойгта складається з...

- а) пружного та в'язкого елементів, з'єднаних паралельно;
- б) пружного та в'язкого елементів, з'єднаних послідовно;
- в) декількох в'язких елементів, з'єднаних послідовно;
- г) декількох пружних елементів, з'єднаних послідовно;
- д) декількох в'язких елементів, з'єднаних паралельно.

10. Механічні властивості судин описуються...

- а) формулою Пуазейля;
- б) рівнянням Ньютона;
- в) законом Стокса;
- г) рівнянням Ламе;
- д) законом Вебера-Фехнера.

Таблиця відповідей на тестові завдання

№ гесту	а	б	в	г	д
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

2.4. Установіть відповідності і заповніть таблиці логічних пар.

1.

Характеристика деформації	Одиниця вимірювання
1) сила пружності F	а) м
2) відносне видовження ϵ	б) Н·м
3) механічне напруження σ	в) безрозмірна величина
4) коефіцієнт жорсткості c	г) Н
5) лінійне видовження Δl	д) Н/м ²
	е) Н/м

1)	
2)	
3)	
4)	
5)	

2.

Характеристика деформації	Визначення
1) межа міцності σ_B	а) максимальне напруження, при якому виконується закон Гука
2) межа плинності $\sigma_{0.2}$	б) напруження, що відповідає найбільшому навантаженню, яке витримує тіло перед руйнуванням
3) межа пропорційності σ_p	в) напруження, при якому деформація пружна
4) межа пружності σ_{el}	г) напруження, починаючи з якого деформація збільшується без збільшення напруження
	д) максимальне напруження, при якому ще спостерігаються пружні властивості

1)	
2)	
3)	
4)	

3. Формула, що описує закон Гука, має вигляд $\sigma = E\varepsilon$, де...

1) σ	а) механічна енергія
2) E	б) механічне напруження
3) ε	в) модуль пружності
	г) відносне видовження

1)	<input type="checkbox"/>
2)	<input type="checkbox"/>
3)	<input type="checkbox"/>

4. ... залежить від...

1) модуль Юнга	а) природи матеріалу, площі перерізу та початкової довжини зразка
2) коефіцієнт пружності	б) тільки від площі перерізу та початкової довжини зразка
	в) природи матеріалу

1)	<input type="checkbox"/>
2)	<input type="checkbox"/>

5. В'язкопружна деформація моделюється системою, що складається з... і називається...

1) поршня та пружини, з'єднаних послідовно	а) модель Фойгта
2) поршня та пружини, з'єднаних паралельно	б) модель Томсона
	в) модель Максвелла

1)	<input type="checkbox"/>
2)	<input type="checkbox"/>

6.

Характеристика деформації	Визначення
1) механічне напруження	а) дорівнює відношенню абсолютної деформації до початкового розміру тіла
2) відносне видовження	б) дорівнює відношенню відносної зміни поперечного розміру до відносної зміни поздовжнього розміру тіла

3) коефіцієнт Пуассона ν	в) дорівнює різниці початкового і кінцевого розмірів тіла
4) лінійне видовження ϵ	г) визначається модулем сили пружності, що діє на одиницю площі поперечного перерізу тіла
	д) визначається механічним напруженням, при якому розміри тіла змінюються вдвічі

1)	
2)	
3)	
4)	

7.

Характеристика	Визначення
1) пружна деформація ϵ	а) деформація, яка спостерігається після зняття дії зовнішньої сили
2) пластична деформація ϵ_p	б) деформація, при якій тіло не відновлює своїх розмірів після зняття дії зовнішньої сили
3) злипкова деформація ϵ_c	в) деформація, при якій плоскі шари тіла зміщуються паралельно один одному
	г) деформація, яка повністю зникає після припинення дії зовнішньої сили

1)	
2)	
3)	

8. Релаксація напруження відбувається за законом - $\sigma(t) = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \text{ де...}$$

тут ми бачимо, що це закон згасання напруження з часом

1) $\sigma(t)$ σ	а) постійна часу релаксації
2) σ_0 σ	б) початкове механічне напруження
3) t t	в) модуль пружності
4) α α	г) час, протягом якого відбувається процес релаксації
	д) механічне напруження в момент часу t

1)	
2)	
3)	
4)	

9. Згідно до моделі...при постійно діючій силі відбувається...

1) Максвела δ	а) зростання деформації з часом пропорційно дії сили
2) Фойгта σ	б) експоненціальний закон релаксації напруження
	в) пружна стрибкоподібна деформація

1)	<input type="checkbox"/>
2)	<input type="checkbox"/>

10. Порядок величини модуля Юнга для... дорівнює...

1) кістка	а) 10^{11} Па
2) колаген	б) 0,1 - 0,6 МПа
3) еластин	в) 10^9 Па
	г) 10 - 100 МПа

1)	<input type="checkbox"/>
2)	<input type="checkbox"/>
3)	<input type="checkbox"/>